异 面 直 线

东营市一中　张琳琳

考情分析

近几年全国卷考情分析

年份	全国卷	题号	异面直线
2020	全国3卷	19	异面直线垂直
2021	全国2卷、全国乙卷	10、10	异面直线垂直、夹角
2022	全国1卷	9	异面直线的夹角
2023	全国1卷	20	异面直线垂直

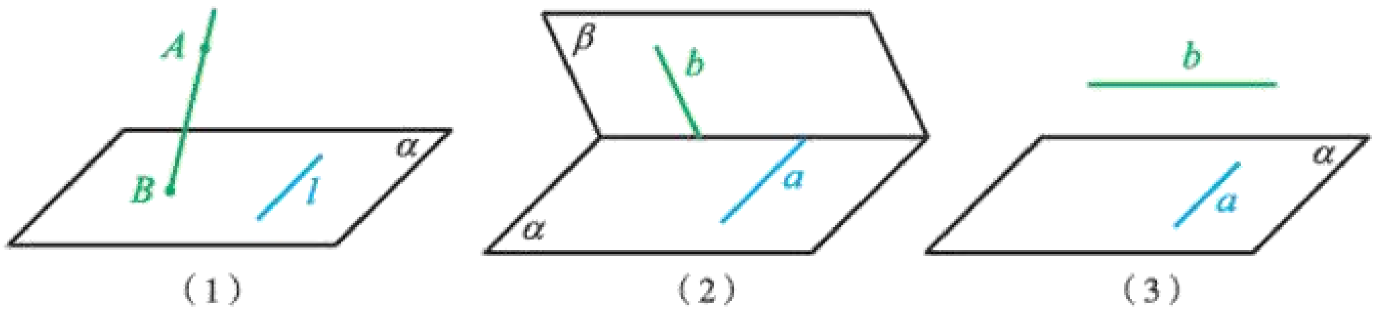
课标要求

1.理解异面直线的概念.

2.会求异面直线的夹角和距离

教学过程—知识回顾

1. 异面直线的定义



直线l与m
既不相交，
也不平行.

从图中可见，两条直线不能同时在任何一个平面内，

空间中直线之间的这种关系称为异面直线.

2. 异面直线的判定方法

①定义法　　②反证法

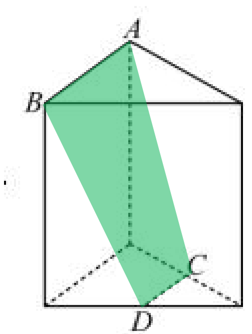
③定理法:与一个平面相交于一点的直线与这个平面内不经过交点的直线异面.

证明：通过直线l与点B的平面只能是α（过一条直线与直线外一点有且只有一个平面），如果l与直线AB是共面的，则$A\in\alpha$，这与$A\notin\alpha$矛盾.

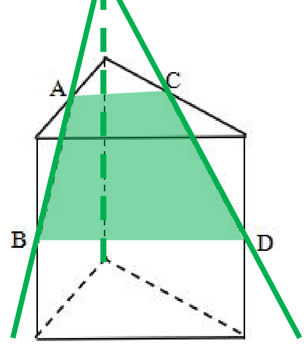
教学过程—自主练习

2. 异面直线的判定方法

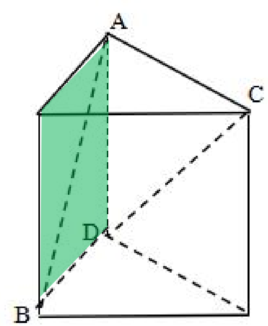
练习：（多选）如图，A，B，C，D 为三棱柱的顶点或所在棱的中点，下列图形中，直线 AB 与 CD 是异面直线的为（　）



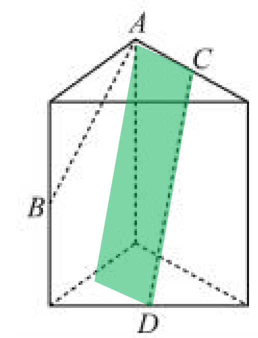
A.



B.



C.



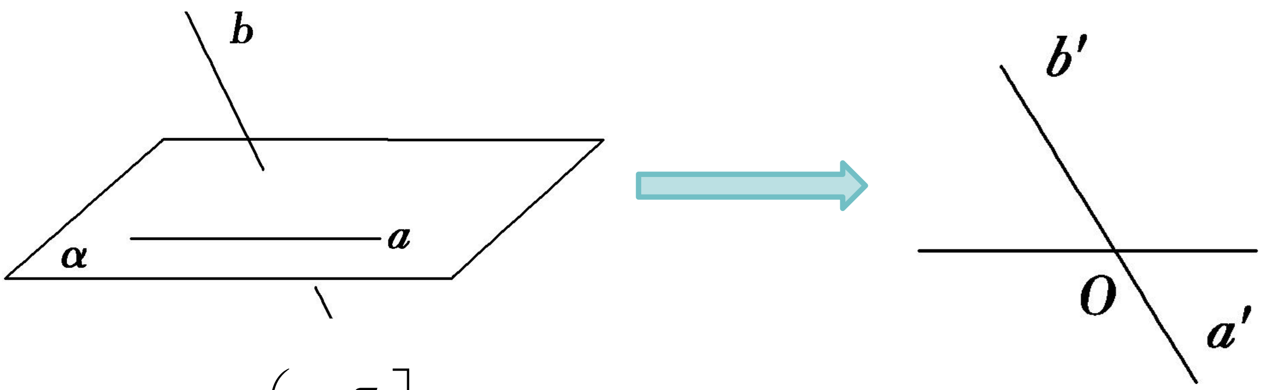
D.

教学过程—知识回顾

3. 异面直线所成的角

（1）定义

如图，已知两条异面直线 a、b，经过空间任一点 O 作直线 a' // a，b' // b.则把 a' 与 b' 所成的锐角(或直角)叫做异面直线 a 与 b 所成的角(或夹角).

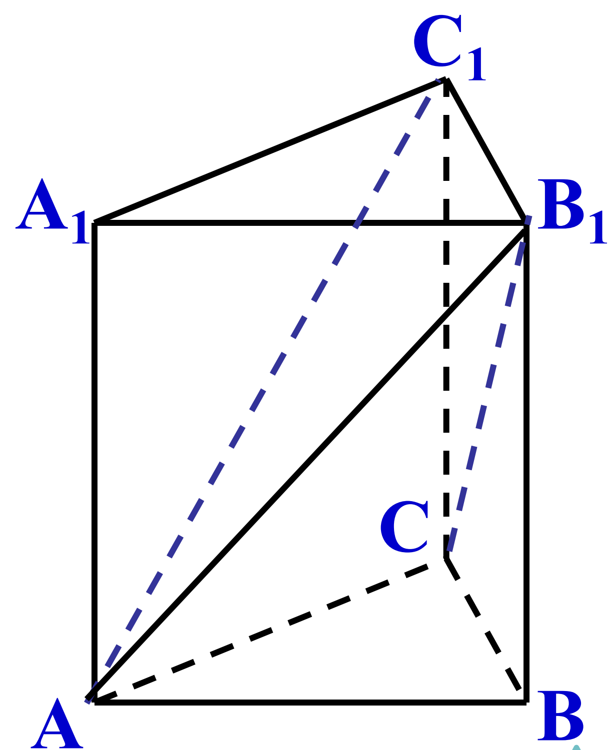


（2）范围：$\left(0, \frac{\pi}{2}\right]$

（3）求解方法：几何法 、向量法

教学过程—典例示范

例1 如图，正三棱柱ABC—$A_1B_1C_1$的底面边长为2,侧棱长为 $2\sqrt{2}$,求异面直线AC_1和CB_1的所成角的余弦值.



教学过程—典例示范

例1 如图，正三棱柱ABC—$A_1B_1C_1$的底面边长为2,侧棱长为 $2\sqrt{2}$,求异面直线AC_1和CB_1的所成角的余弦值.

法1：平移法之一（中位线）

解：取AC、CC_1、B_1C_1的中点的D、E、F，连接DE,FE,DF.

$\because D,E,F$为中点

$\therefore DE \parallel AC_1, EF \parallel CB_1$……1分

取AB中点G，链接DG, B_1G,

则$B_1F \parallel DG$且$B_1F = DG$,

$\therefore$四边形DGB_1F为平行四边形……2分

$\because BB_1 = 2\sqrt{2}, BG = 1$

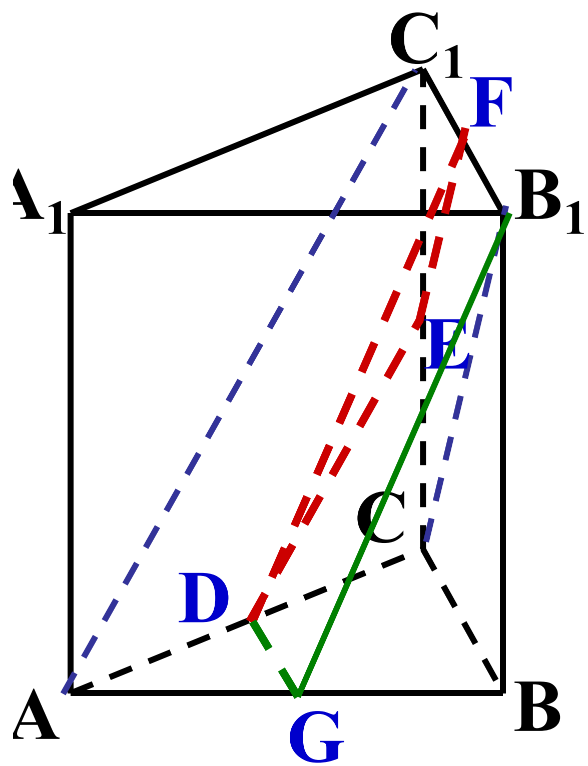
$\therefore DF = B_1G = 3$……3分

在ΔDEF中, $DE=\sqrt{3}, EF = \sqrt{3}, DF = 3$……4分

由余弦定理得：

$\cos\angle DEF=\dfrac{DE^2+EF^2-DF^2}{2DE\bullet EF}=-\dfrac{1}{2}$……6分

所以异面直线AC_1和CB_1所成角的余弦值为$\dfrac{1}{2}$….7分

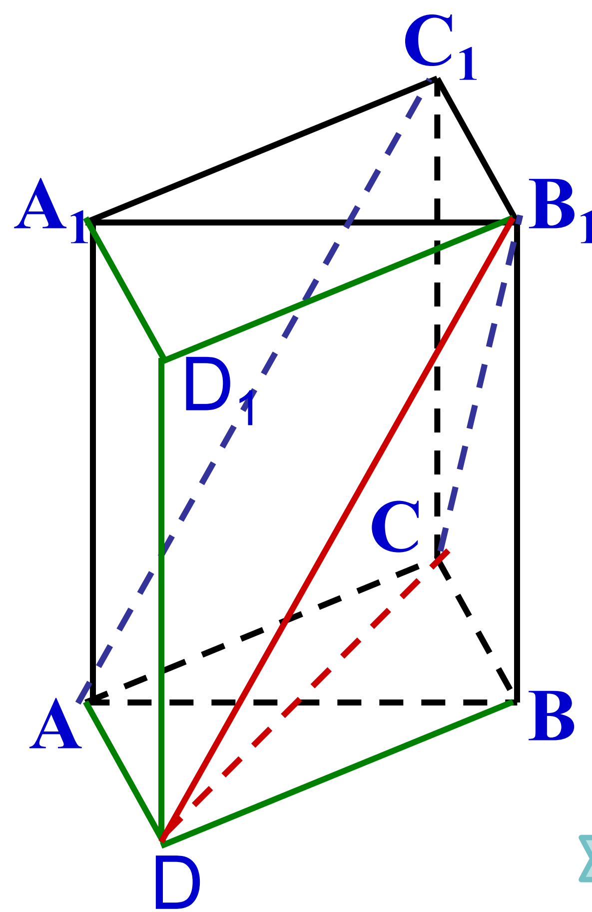


教学过程—典例示范

例1 如图，正三棱柱$ABC—A_1B_1C_1$的底面边长为2,侧棱长为$2\sqrt{2}$,求异面直线AC_1和CB_1的所成角的余弦值.

法1：平移法之二

（补形，平行四边形之二）



教学过程—典例示范

例1 如图，正三棱柱ABC—$A_1B_1C_1$的底面边长为2,侧棱长为$2\sqrt{2}$,求异面直线AC_1和CB_1的所成角的余弦值.

法2：向量法之一：坐标法

解：取AC、A_1C_1的中点O、O_1

$\because$三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$为正三棱柱

$\therefore OO_1\perp OA, OO_1\perp OB, OA\perp OB$

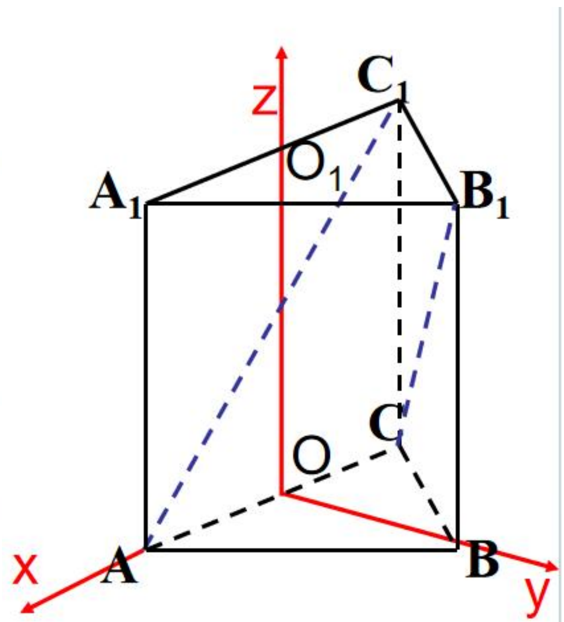
分别以OA、OB、OO_1为x、y、z轴建立空间直角坐标. 1分

则$A(1,0,0)$，$C(-1,0,0)$，$B_1(0,\sqrt{3},2\sqrt{2})$，

$C_1(-1,0,2\sqrt{2})$ 3分

$\therefore \overrightarrow{AC_1}=(-2,0,2\sqrt{2}), \overrightarrow{CB_1}=(1,\sqrt{3},2\sqrt{2})$............................4分

$\cos<\overrightarrow{AC_1},\overrightarrow{CB_1}>=\dfrac{\overrightarrow{AC_1}\cdot\overrightarrow{CB_1}}{|\overrightarrow{AC_1}|\cdot|\overrightarrow{CB_1}|}=\dfrac{1}{2}$..6分

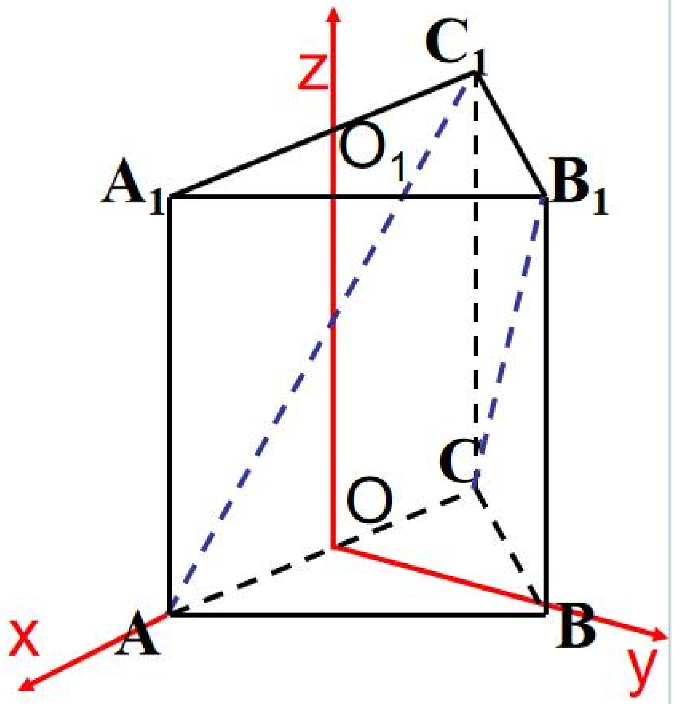


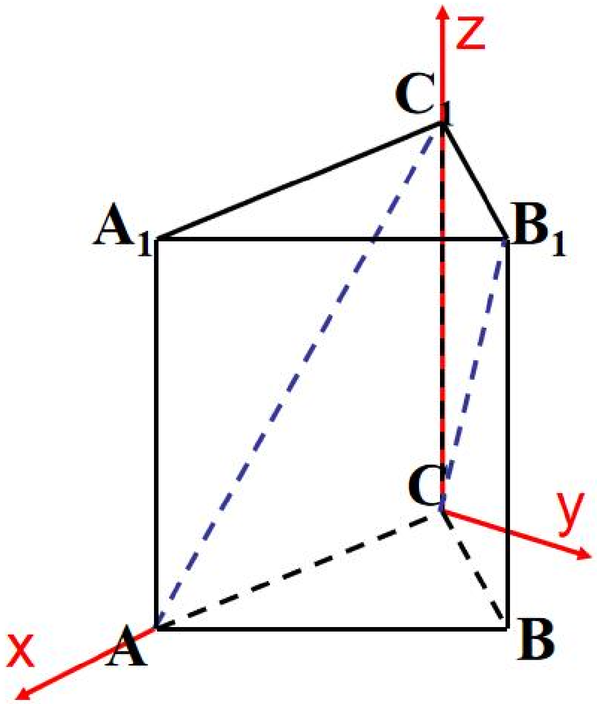
所以异面直线AC_1和CB_1所成角的余弦值为$\dfrac{1}{2}$....................7分

教学过程—典例示范

例1 如图，正三棱柱ABC—$A_1B_1C_1$的底面边长为2,侧棱长为$2\sqrt{2}$,求异面直线AC_1和CB_1的所成角的余弦值.

法2：向量法之一：坐标法





教学过程—典例示范

例1 如图，正三棱柱$ABC—A_1B_1C_1$的底面边长为2,侧棱长为$2\sqrt{2}$,求异面直线AC_1和CB_1的所成角的余弦值.

法2：向量法之一：基底法

取向量$\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CC_1}$为一组基底，

则$\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{CC_1}-\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB_1}=\overrightarrow{CC_1}+\overrightarrow{CB}$

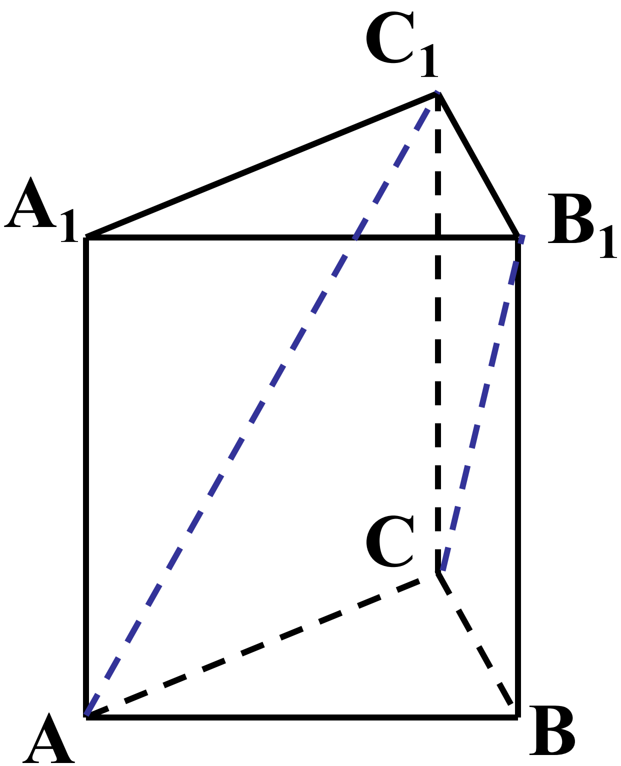
$$\overrightarrow{AC_1}\bullet\overrightarrow{CB_1}=(\overrightarrow{CC_1}-\overrightarrow{CA})\bullet(\overrightarrow{CC_1}+\overrightarrow{CB})$$

$$=\overrightarrow{CC_1}^2+\overrightarrow{CC_1}\bullet\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}\bullet\overrightarrow{CC_1}-\overrightarrow{CA}\bullet\overrightarrow{CB}$$

$$=8+0-0-2\times2\times\cos60^\circ=6$$

则异面直线AC_1和CB_1的所成角的余弦值为

$$|\cos<\overrightarrow{AC_1},\overrightarrow{CB_1}>|=\frac{|\overrightarrow{AC_1}\bullet\overrightarrow{CB_1}|}{|\overrightarrow{AC_1}||\overrightarrow{CB_1}|}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$$



教学过程—典例示范

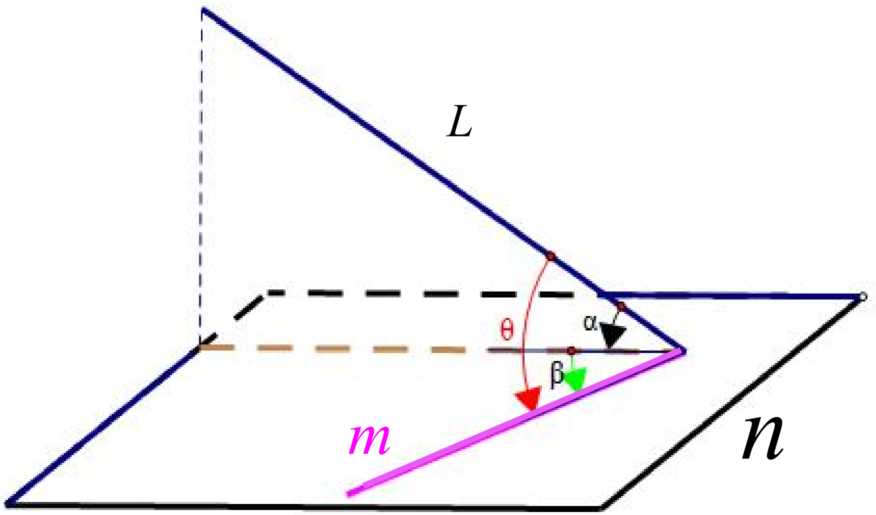
最小角定理

已知平面M 外有一直线L，L在平面内的射

平面M 内有一直线m .记L与l 所成的角为α

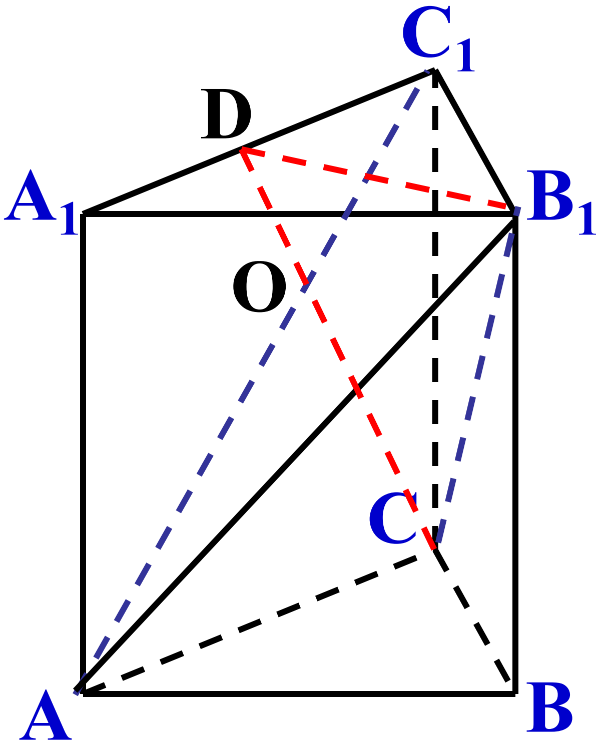
l与m 所成的角为β，L与m 所成的角为θ

则 $\cos\theta = \cos\alpha \cdot \cos\beta$



教学过程——典例示范

例1 如图，正三棱柱$ABC—A_1B_1C_1$的底面边长为2,侧棱长为 $2\sqrt{2}$,求异面直线AC_1和CB_1的所成角的余弦值.



教学过程—自主练习——延申拓展

例 2.已知异面直线a,b所成的角为$60°$，则过空间一点M可作与a,b所成的角都是$45°$的直线有多少条（　）

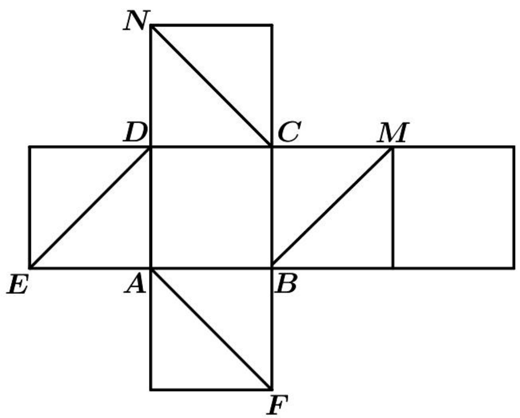
A．1 条　　**B．2 条**　　**C．3 条**　　**D．4 条**

变式：夹角为 20°、30°、60°、80°、90° 的各有几条？

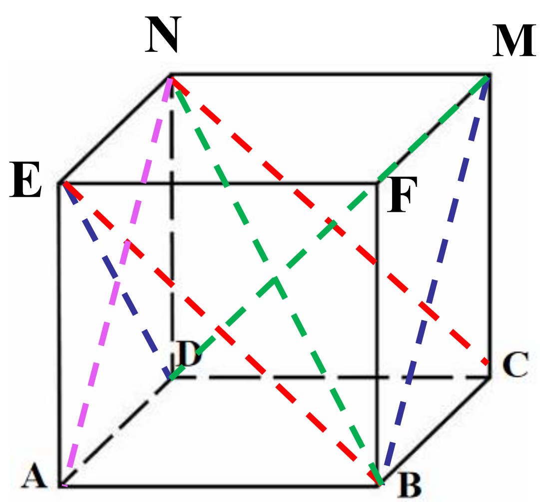
教学过程—高考链接——展示交流

高考链接：

（北京卷）如图是正方体的平面展开图，在这个正方体中，①BM 与 ED 平行；②CN 与 BE 是异面直线；③CN 与 BM 成 60°；④DM 与 BN 垂直.以上四个命题中，正确命题的序号是（　）

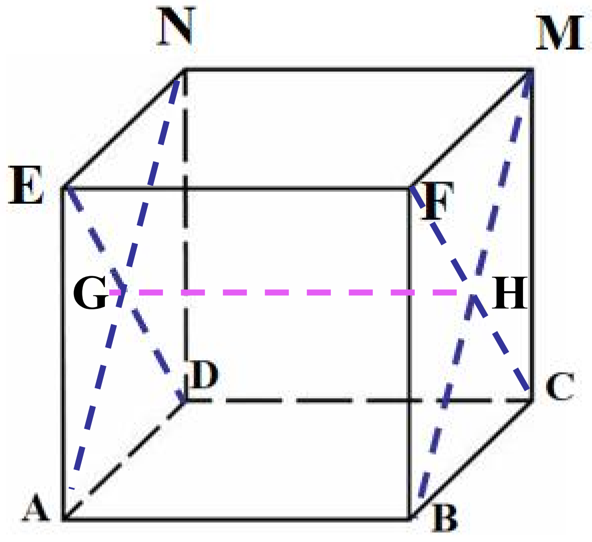


A．①②③　　B．②④　　C．③④　　D．②③④



教学过程—高考链接——展示交流

例3，在边长为2的正方体中，求直线BM与DE距离.



教学过程—课堂总结

必备知识

异面直线的概念及判定定理

异面直线的夹角

异面直线的距离

异面直线

几何法

向量法

逻辑推理

直观想象

数学运算

核心素养

恳请大家提出宝贵
意见
谢谢大家！